REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION

Concours d'aptitude au professorat de l'enseignement secondaire

2ème EPREUVE SESSION DE Novembre 2000

EPREUVE :
PHYSIQUE

PARTIE A : Mouvement d'un satellite *(20 points)*

On étudie le mouvement d'un satellite de masse m dans le champ gravitationnel de la Terre. Ce satellite est assimilé à un point matériel et la Terre à une répartition sphérique de masse. On montre que dans ces conditions le champ gravitationnel de la Terre en un point qui lui est extérieur est identique à celui que créerait une masse ponctuelle placée en son centre et égale à sa masse totale. On étudie le mouvement par rapport au référentiel géocentrique lié au centre de la Terre qu'on considère galiléen.

1. Donner l'expression du champ gravitationnel terrestre $\vec{g}$ en un point M situé à la distance $r > R_T$ du centre de la Terre.

2. On désire placer le satellite sur une orbite circulaire de rayon r dont le centre est confondu avec le centre O de la Terre.

2.1. Montrer que le mouvement circulaire est nécessairement uniforme.

2.2. Déterminer en fonction de r la vitesse du satellite ainsi que sa période de révolution.

2.3. Trouver en fonction de r, l'énergie cinétique E_c, l'énergie potentielle E_p et l'énergie mécanique totale E du satellite (on prendra comme origine de E_p sa valeur lorsque r est infini). Tracer les graphes $E_c(r)$, $E_p(r)$ et $E(r)$.

2.4. Quelle est l'énergie potentielle du satellite lorsqu'il est immobile à la surface de la Terre ? Quelle est dans ces conditions son énergie cinétique lorsqu'il est placé en un point de la Terre de latitude λ ?

3. On appelle satellite géostationnaire un satellite qui apparaît immobile de tout point de la Terre d'où il est visible.

3.1. Montrer que le rayon de l'orbite géostationnaire est donné par :

$$r_s = \left(\frac{GM_T}{\omega_0^2}\right)^{1/3}$$

où ω_0 est la vitesse angulaire de la Terre, $\omega_0 = 7,29 \times 10^{-5}\, rd.s^{-1}$

Calculer r_T.

3.2. Calculer la vitesse du satellite sur cette orbite.

3.3. Le 8 février 1985, le lanceur européen Ariane III a mis sur une orbite géostationnaire le satellite ARABSAT F1. Donner en fonction de r et λ l'expression de l'énergie ΔE à fournir pour placer ce satellite sur une telle orbite. Montrer que ΔE est plus faible près de l'équateur.

On donne :

- masse de la Terre : $M_T = 6,00 \times 10^{24}\, kg$
- rayon de la Terre : $R_T = 6400\, km$
- constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \times 10^{-11}\, N.m^2.kg^{-2}$
- durée du jour sidéral : $T_0 = 86164\, s$

PARTIE B : Modèle de Bohr *(20 points)*

L'atome d'hydrogène est constitué d'un proton (de masse M et de charge électrique $+e$) et d'un électron (de masse $m << M$ et de charge $-e$) décrivant une orbite circulaire de rayon r autour du proton. Le proton est supposé fixe à l'origine O d'un référentiel galiléen dans lequel on se place dans tout ce problème.

1. Montrer qu'il est légitime de négliger la force de gravitation devant la force d'interaction coulombienne entre les deux charges.
2. Déterminer la relation qui existe entre le rayon r de la trajectoire de l'électron et sa vitesse v.
3. Exprimer l'énergie cinétique E_c, l'énergie potentielle E_p puis l'énergie mécanique totale E de l'électron en fonction de r, de e et de la permittivité absolue du vide ε_0.
4. Exprimer le moment cinétique $\vec{\sigma}_O$ de l'électron par rapport à O, en fonction des mêmes données.
5. Montrer que l'énergie de l'atome est pratiquement égale à celle de l'électron.
6. Pour interpréter les raies spectrales de l'atome d'hydrogène, le modèle de Bohr impose à l'électron un moment cinétique quantifié :

$$\sigma_{On} = n\hbar = n\frac{h}{2\pi}$$

où n est un entier naturel non nul et h la constante de Planck.

6.1. Déterminer les rayons, notés r_n, des orbites permises.

6.2. Montrer que l'énergie de l'atome est quantifiée et peut s'écrire :

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2}$$

6.3. Déterminer E_0 en fonction des données du problème. Evaluer le rayon orbital et l'énergie de l'atome dans l'état fondamental ($n=1$).

7. En réalisant une décharge électrique dans une ampoule remplie de dihydrogène, les molécules de ce gaz se dissocient et les atomes excités émettent des rayonnements

1.3 Calculer en fonction du produit RC le temps au bout duquel la charge du condensateur diffère de moins de 1% de sa charge limite.

La charge du condensateur sous la tension E étant terminée (on suppose qu'elle a atteint sa valeur limite), on bascule l'interrupteur K vers la position "2". On prend comme nouvelle origine des temps l'instant de fermeture de K sur cette position.

1.4 Montrer que $u(t)$ satisfait la nouvelle équation différentielle du second ordre :

$$\frac{d^2u(t)}{dt^2} + 2\lambda\omega_0 \frac{du(t)}{dt} + \omega_0^2 u(t) = 0$$

et exprimer λ ainsi que ω_0 en fonction de r, L et C.

1.5 Quels sont les régimes possibles de décharge du condensateur ?

1.6 Quel est le régime de décharge du condensateur dans la bobine dans le cas où : $r = 10\,\Omega$, $L = 0{,}01\,H$ et $C = 1\,\mu F$?

On continuera l'étude dans ce cas.

1.7 Exprimer $u(t)$ en fonction de E, λ, ω_0 et t.

1.8 Calculer la pseudo-période du phénomène.

1.9 Calculer le temps au bout duquel l'amplitude des oscillations est divisée par 100. Comparer ce temps à la pseudo-période du phénomène.

C.2. Charge d'un condensateur à courant constant

On considère le circuit représenté dans la figure C.2 comprenant une source de tension de f.e.m E constante et de résistance interne R, un condensateur et un amplificateur opérationnel, qu'on supposera idéal, alimenté par deux sources de tension $\pm V_{CC}$ (qui ne sont pas représentées sur la figure).

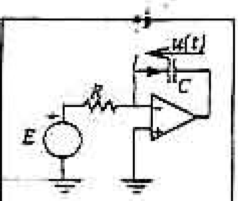

Figure C.2

2.1 Rappeler les caractéristiques d'un amplificateur opérationnel idéal.

2.2. Calculer l'intensité du courant I (voir figure).

2.3. En déduire l'expression de la tension $u(t)$ aux bornes du condensateur en fonction de E, R, C et le temps t (on ne tiendra pas compte du phénomène de saturation de l'amplificateur Opérationnel).

2.4. Donner alors un schéma équivalent simple de tout le circuit.

2.5 Représenter $u(t)$, en tenant compte de la saturation de l'amplificateur Opérationnel, pour les valeurs suivantes : $E = 5\,V$, $R = 50\,\Omega$, $C = 1\,\mu F$ et $V_{CC} = 10\,V$

C.3. Régime sinusoïdal

Le condensateur et la bobine sont maintenant connectés en série aux bornes d'un générateur de tension de f.e.m $e(t) = E\cos(\omega t)$ et de résistance interne négligeable comme le montre la figure ci-contre.

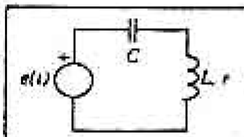

Figure C.3

3.1 Donner l'expression de l'impédance complexe Z du dipôle constitué du condensateur et de la bobine.

électromagnétiques de différentes longueurs d'onde. Le physicien J. Balmer (1885) détermina expérimentalement que les longueurs d'onde λ de ces rayonnements, vérifient la relation phénoménologique suivante :

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left[\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right]. \quad (n = 3,4,5,....)$$

où R_H (constante de Rydberg) vaut 109 677 cm^{-1}.

7.1. Dans quel domaine de longueur d'onde se situe ce rayonnement ?

7.2. Dans le cadre du modèle de Bohr, déterminer R_H en fonction des données du problème. Calculer numériquement R_H et la comparer à la valeur expérimentale obtenue par J. Balmer.

8. Le modèle de Bohr peut être appliqué au positronium, système qui est constitué d'un électron (de masse m et de charge $-e$) et d'un positron (l'antiparticule de l'électron, de même masse m mais de charge $+e$) en rotation l'un par rapport à l'autre. L'étude du positronium peut se ramener alors à l'étude d'une particule fictive M

8.1. Déterminer les caractéristiques de cette particule fictive ainsi que la nature de son mouvement.

8.2. En utilisant les résultats du modèle de Bohr, déterminer l'énergie de liaison du positronium dans son état fondamental ainsi que le rayon de première orbite.

On donne :

- masse de l'électron : $m = 9,1 \times 10^{-31}\, kg$
- charge élémentaire : $e = 1,6 \times 10^{-19}\, C$,
- permittivité absolue du vide : $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9\, uSI$,
- constante de Planck : $h = 6,64 \times 10^{-34}\, J.s$.

PARTIE C : Charge et décharge d'un condensateur - phénomène de résonance (30 points)

C.1 Charge et décharge d'un condensateur

On considère le circuit de la figure C.1, comprenant un générateur de f.e.m E constante et de résistance interne R, un condensateur de capacité C et une bobine caractérisée par son inductance L et sa résistance r.

A l'instant $t = 0$, le condensateur étant complètement déchargé, on bascule l'interrupteur sur la position "1".

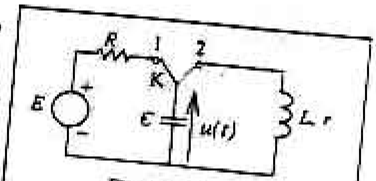

Figure C.1

1.1 Etablir l'équation différentielle de la tension $u(t)$ aux bornes du condensateur.

1.2 Déterminer l'expression de $u(t)$ et tracer la courbe qui la représente. Préciser les coordonnées du point d'intersection de la tangente à l'origine de la courbe et de l'axe des abscisses.

3.2 En déduire l'expression de l'amplitude complexe de l'intensité $I(\omega)$ du courant traversant le circuit. Pour quelle pulsation ω_0 le module de $I(\omega)$ atteint-il sa valeur maximale ? On notera I_M cette valeur.

3.3 Montrer qu'on peut mettre $I(\omega)/I_M$ sous la forme suivante :

$$\frac{I(\omega)}{I_M}=\frac{1}{1+jQ\left[x-\frac{1}{x}\right]}$$

où $x=\frac{\omega}{\omega_0}$ appelé fréquence réduite et $Q=\frac{L\omega_0}{r}=\frac{1}{rC\omega_0}$.

3.4 Représenter le module et l'argument de $I(\omega)/I_M$ en fonction de x pour $r=10\Omega$, $L=0{,}01\,H$ et $C=1\,\mu F$. Justifier le nom de pulsation de résonance donné à ω_0.

3.5 Exprimer la tension $U(\omega)$ aux bornes du condensateur en fonction de E, Q et x.

3.6 En déduire la valeur du module $|U(\omega)|$ pour $\omega=\omega_0$. Justifier alors le nom de coefficient de surtension attribué à Q.

PARTIE D : Phénomène de mirage *(15 points)*

Au voisinage d'un plan horizontal du sol terrestre fortement chauffé par le rayonnement solaire, l'indice de l'air varie et la propagation des rayons lumineux n'est plus rectiligne. Il en résulte un phénomène d'illusion d'optique appelé mirage. On supposera que le phénomène a lieu sur une distance suffisamment faible pour pouvoir négliger la rotondité de la Terre.

1. On considère un rayon lumineux traversant un milieu stratifié (en couches superposées) formé de milieux d'indices $n_1, n_2, \ldots, n_j, \ldots$ limités par des dioptres plans parallèles, d'équation $z = constante$.
Quelles relations lient $n_{j-1}, n_j, n_{j+1}, i_{j-1}, i_j$ et i_{j+1} ? L'angle i_j étant l'angle d'incidence sur le dioptre de rang j.
$n_j \sin i_j = n_{j+1} \sin i_{j+1}$
En déduire une grandeur invariante au cours de la propagation d'un rayon lumineux si le milieu est à gradient d'indice $n = f(z)$.

2. Soit une surface plane à la surface de la Terre fortement chauffée par le rayonnement solaire. On suppose que l'indice de l'air dépend uniquement de l'altitude z selon une loi $n(z)$. Une source lumineuse S située à l'altitude z_S émet un rayon lumineux vers les x positifs perpendiculairement au plan yOz et suivant une trajectoire $z = f(x)$ comme le montre la figure D.
Soit une position élémentaire dl du rayon lumineux, de composante dx sur Ox et dz sur Oz.
Montrer qu'on a la relation :

$$n(z_S)=\frac{n(z)}{\left[1+\left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{1/2}}$$

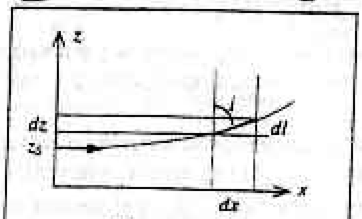

Figure D

3. Au voisinage du sol, l'indice de l'air varie suivant la loi $n(z) = n_0 + \alpha z$ où n_0 est l'indice au niveau du sol et α une constante positive. Dans la suite du problème, on s'intéressera aux faibles altitudes z, inférieures à 10 cm, et on prendra pour valeurs numériques : $n_0 = 1{,}000250$, $\alpha = 4 \times 10^{-4} m^{-1}$.
Au vu des valeurs numériques données dans l'énoncé, justifier tout d'abord que la valeur numérique du rapport dz/dx est très inférieure à 1 et donner la nouvelle relation liant $n(z_s)/n(z)$ et dz/dx.

4. En déduire que l'équation de la trajectoire du rayon lumineux dans la zone à gradient d'indice est assimilable à un arc de parabole d'équation :

$$z = z_s + \frac{\alpha}{2n_0}x^2$$

5. Expliquer, à l'aide d'un schéma, ce que voit un observateur lorsque son oeil et la source sont placés à la même altitude au dessus de la zone à gradient d'indice, et que la distance qui les sépare est grande.

PARTIE E : Cycle de Carnot *(15 points)*

1. Enoncer brièvement les principes de la thermodynamique.

2. On fait décrire à une mole de gaz parfait de rapport γ constant, un cycle constitué par les quatre transformations réversibles de la figure E représentant la variation de la pression P en fonction du volume V. Les transformations $1 \rightarrow 2$ et $3 \rightarrow 4$ sont isothermes et se produisent aux températures absolues T_F et T_C respectivement. Les transformations $2 \rightarrow 3$et $4 \rightarrow 1$ sont adiabatiques ($PV^\gamma = constante$).

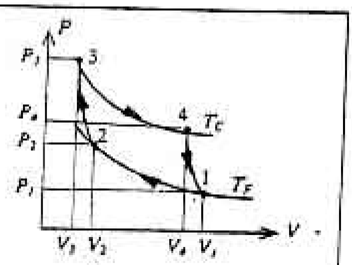

Figure E

2.1. Quelle est la nature du cycle représenté dans la figure E ?

2.2. Exprimer pour chacune de ces transformations les quantités de chaleur et de travail mises en jeu.

2.3. En déduire la relation existant entre les quantités de chaleur réversiblement échangées par le gaz et les températures (absolues) extrêmes T_F et T_C. Cette relation dépend-elle du sens de parcours du cycle ?

2.4. Déterminer le travail total échangé par le gaz et vérifier le premier principe de la thermodynamique.